

問題や解答など

頭の中の思考や考え方

例題

3 次の式を因数分解せよ。

(1) $(a+b)^2 - c^2$
 $= ((a+b)+c)((a+b)-c)$
 $= (a+b+c)(a+b-c)$

積の形 () () など に変形作業

よく観察する = エビの太印!!

$0^2 - \Delta^2$ の形がある!!

$(0+\Delta)(0-\Delta)$
 よくわかる。

(2) $(x-2y)(x-2y+5)+6$

$= A(A+5)+6$
 $= A^2+5A+6 \rightarrow$ 係数 5, 定数 6
 $= (A+2)(A+3)$
 $= (x-2y+2)(x-2y+3)$

ここでよく観察!

$x-2y$ が共通している!! $x-2y=A$ とおく。

* 4242424242424242

(5式) $= (x-2y)^2 + 5(x-2y) + 6$

$= (x-2y+2)(x-2y+3)$

これ ok!

問25 次の式を因数分解せよ。

(1) $(a+4b)^2 - b^2$
 $= ((a+4b)+b)((a+4b)-b)$
 $= (a+5b)(a+3b)$

$0^2 - \Delta^2$ の形

(2) $9x^2 - (y-z)^2$

$= (3x)^2 - (y-z)^2$
 $= (3x+(y-z))(3x-(y-z))$
 $= (3x+y-z)(3x-y+z)$

$9 = 3^2$ 係数 $9x^2 = (3x)^2$

= a () が太印!!

* () に共通しているものを

1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-34-35-36-37-38-39-40-41-42-43-44-45-46-47-48-49-50-51-52-53-54-55-56-57-58-59-60-61-62-63-64-65-66-67-68-69-70-71-72-73-74-75-76-77-78-79-80-81-82-83-84-85-86-87-88-89-90-91-92-93-94-95-96-97-98-99-100

(3) $(x-y)^2 + 4(x-y) - 45$

$= ((x-y)+9)((x-y)-5)$
 $= (x-y+9)(x-y-5)$

1x-2y は $X^2+4X-45$

(係数 4, 定数 -45)

= a 程度までおこなう必要はない。

(4) $(2a+b)(2a+b-9)+20$

$= A(A-9)+20$
 $= A^2-9A+20 \rightarrow$ 係数 -9, 定数 20
 $= (A-4)(A-5)$
 $= (2a+b-4)(2a+b-5)$

$2a+b$ が共通している。

$2a+b = A$ とおく。

* (5式) $= (2a+b)^2 - 9(2a+b) + 20$

$= (2a+b-4)(2a+b-5)$

これ ok!

応用
例題

4 $a^3 - ab^2 - b^2c + a^2c$ を因数分解せよ。

$$(与式) = \underbrace{(-b^2 + a^2)}_A c + \underbrace{(a^3 - ab^2)}_A$$

目標 ここここに共通な要素を見つける。

$$= (a^2 - b^2)c + a(a^2 - b^2)$$

入札した。 aを2に付けた。

$$= (a^2 - b^2)(c + a)$$

○²-△²が使える。

$$= \underline{\underline{(a+b)(a-b)(c+a)}}$$

問26 次の式を因数分解せよ。

(1) $4xy^2 - 4y^2 - x + 1$

$$= (4y^2 - 1)x + \underbrace{(-4y^2 + 1)}$$

$$= (4y^2 - 1)x - (4y^2 - 1)$$

$$= \underline{\underline{(4y^2 - 1)(x - 1)}}$$

← 注意せよ!

$$= ((2y)^2 - 1^2)(x - 1)$$

$$= \underline{\underline{(2y+1)(2y-1)(x-1)}}$$

(2) $a^3 - 9ab^2 + a^2c - 9b^2c$

$$= (a^2 - 9b^2)c + (a^3 - 9ab^2)$$

$$= \underline{\underline{(a^2 - 9b^2)c + a(a^2 - 9b^2)}}$$

$$= \underline{\underline{(a^2 - 9b^2)(c + a)}}$$

$$= (a^2 - (3b)^2)(c + a)$$

$$= \underline{\underline{(a+3b)(a-3b)(c+a)}}$$

POINT

文字が3種類ある → 1) 「主役」を決める。
* 次数が一番低い文字にする。

この問題は

aは3乗, bは2乗, cは1乗

だから、次数が一番低いのは「c」(この「主役」)

だから「c」について降べきい順に整理する。

共通な要素を () として出す。 $\left(\begin{matrix} Ac + aA \\ = A(c+a) \end{matrix} \right)$

* 安心は禁物!!

手元でできるかよく観察する。

xは1乗, yは2乗 → 「x」について整理

* $A-B$ と $-A+B$ は似て非なるもの

$$-(A-B) \quad \ominus \text{ 2<<3と共通出現!!}$$

* 安心は禁物!!

aは3乗, bは2乗, cは1乗 → 「c」だ!!

共通な要素を () として出す。

安心は禁物! よく観察せよ!!

応用
例題

5 $2x^2 + 5xy + 2y^2 - 5x - y - 3$ を因数分解せよ。

(与式) = $2x^2 + (5y-5)x + (2y^2 - y - 3)$

1	+	+1	+	+2
2	X	-3		-3
2		-3		-1

= $2x^2 + (5y-5)x + (y+1)(2y-3)$

1	X	+(2y-3)	→	+4y-6
2		+(y+1)	→	+y+1
2		+(y+1)(2y-3)		+5y-5

* 符号に注意する。

おこ

(与式) = $(x+2y-3)(2x+y+1)$

問27 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 3xy + 2y^2 + 5x + 7y + 6$

= $x^2 + (3y+5)x + (2y^2 + 7y + 6)$

1	+	+2	+	+4
2	X	+3		+3
2		+6		+7

= $x^2 + (3y+5)x + (y+2)(2y+3)$

1	X	+(y+2)	+	+y+2
1		+(2y+3)	+	+2y+3
1		+(y+2)(2y+3)	+	+3y+5

= $(x+y+2)(x+2y+3)$

(2) $2x^2 - 3xy - 2y^2 + x + 3y - 1$

= $2x^2 + (-3y+1)x + (2y^2 + 3y - 1)$

注 → \ominus のある場合、前10はOK.

= $2x^2 + (-3y+1)x - (2y^2 - 3y + 1)$

1	X	-1	+	-2
2	X	-1		-1
2		+1		-3

= $2x^2 + (-3y+1)x - (y-1)(2y-1)$

1	X	-(2y-1)	+	-4y+2
2		+(y-1)	+	+y-1
2		-(y-1)(2y-1)	+	-3y+1

= $(x-2y+1)(2x+y-1)$

符号注意!!

→ x は 2乗, y は 2乗 → どちらで整理してもOK.

と4項で「 x 」で整理しよう。

ここから先は 187ページ $2x^2 + 11x + 12$

の因数分解と同じ考えで可。

$2x^2 + 11x + 12 = (x+4)(2x+3)$

1	X	+4	+	+8
2		+3	+	+3
2		+12	+	+11

+12 は $(+4) \times (+3)$ にしよるね。

たのぞ ぞろ。

$2y^2 - y - 3$ を種a形. 784 因数分解しよる。

お見せたいぞろ。

「 x 」に7112 整理

定数項 $2y^2 + 7y + 6$ を因数分解

たのぞぞろ (\ominus aの場合 x^2 a 分解おの1 7112)
 たのぞ $3y+5$
 ちた $(y+2)(2y+3)$
 たのぞ $y+2$ と $2y+3$ してOK.

「 x 」に7112 整理

* $+(-3y+1)$ としたあ 後のたのぞぞろに備えて。

前10はOK.

* たのぞぞろの因数分解では

符号 数字
次は 符号 と順序で

考えておの1111.

(11280Lに考えておの11.)

応用
例題

6 $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$ を因数分解せよ。

→ aとbとcを2乗 → どの文字でも11192
と11192「a」でいい!

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 + b^2c - \underline{a}a^2 + \underline{a}c^2 - \underline{b}c^2 \\
 &= (b-c)a^2 + (-b^2+c^2)a + (b^2c - bc^2) \\
 &= (b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + bc(b-c) \\
 &= \underline{(b-c)a^2} - \underline{(b+c)(b-c)a} + \underline{bc(b-c)} \\
 &= \underline{(b-c)} \left(\underline{a^2 - (b+c)a + bc} \right) \\
 & \quad \left(\begin{array}{l} \text{↑は} -b-c \\ \text{↓は} \quad bc \end{array} \right) \rightarrow -b-c \text{ と } bc \\
 &= \underline{(b-c)(a-b)(a-c)} //
 \end{aligned}$$

* $b-c$ と $-b^2+c^2$ と b^2c-bc^2 は
共通は a^2 でいいから...
この考えでいい。

① $-b^2+c^2$
 $-(b^2-c^2)$
 \downarrow
 $-(b+c)(b-c)$
 じゃあ!

② b^2c-bc^2
 $bc(b-c)$
 じゃあ!

字心は禁物! → a部分に $x^2 - 7x + 10$ と同じ
 $\begin{matrix} x & - & 2 \\ + & & -5 \end{matrix}$

教科書の解答は $-(a-b)(b-c)(c-a)$
と1119290; 左のcは3でいい + p 手はいい。

問28 $a(b^2+c^2) + b(c^2+a^2) + c(a^2+b^2) + 2abc$ を因数分解せよ。

$$\begin{aligned}
 & a(b^2+c^2) + b(c^2+a^2) + c(a^2+b^2) + 2abc \\
 &= \underline{a}b^2 + \underline{a}c^2 + \underline{b}c^2 + \underline{a}^2b + \underline{a}^2c + \underline{b}^2c + 2abc \\
 &= (b+c)a^2 + (b^2+c^2+2bc)a + (bc^2+b^2c) \\
 &= \underline{(b+c)a^2} + \underline{(b+c)^2a} + \underline{bc(b+c)} \\
 &= \underline{(b+c)} \left(\underline{a^2 + (b+c)a + bc} \right) \\
 & \quad \left(\begin{array}{l} \text{↑は} +b+c \\ \text{↓は} \quad +bc \end{array} \right) \rightarrow +b+c \text{ と } bc \\
 &= \underline{(b+c)(a+b)(a+c)} //
 \end{aligned}$$

→ 「a」でいいから。2乗と1乗のcは3と4217!

* $b+c$ と b^2+c^2+2bc と bc^2+b^2c
 \downarrow 共通は
 $b^2+2bc+c^2 = (b+c)^2$
 $bc(b+c)$

③ $(b+c)^2$ のcは17 対して27a2
17 37と270。

例1 複2次式 x^4+x^2-2 を因数分解してみよう。

↑ ↑
たれ+1, 0172 -2
→ +2 と -1 1173!!

$$\begin{aligned} & x^4+x^2-2 \\ & = X^2+X-2 \\ & = (X+2)(X-1) \\ & = (x^2+2)(x^2-1) \rightarrow \text{2つた! と喜んではダメ! 守心は禁物!} \\ & = (x^2+2)(x+1)(x-1) \end{aligned}$$

複2次式 (x^4 の項と x^2 の項と 定数項のみ)

* x の偶数次乗しかないので

の因数分解は -2 の2通りあり得る。

$$\begin{cases} \textcircled{1} x^4+0x^2+\Delta = X^2+0X+\Delta \rightarrow \text{たれ.0172} \\ \quad (x^2=X \text{ とおくと } X \text{ の2次式}) \text{ たれ.0172} \\ \textcircled{2} x^4+0x^2+\Delta \rightarrow ()^2 - ()^2 \text{ の形} \\ \quad \text{と変換してやる.} \end{cases}$$

問1 次の式を因数分解せよ。

(1) x^4-13x^2+36 (2) $8x^4+10x^2-3$

たれ-13 4 X^{-1} | -2
0172 +36 2 X +3 | +12
→ -4と-9 8 -3 | +10

$$\begin{aligned} & x^4-13x^2+36 \\ & = X^2-13X+36 \\ & = (X-4)(X-9) \\ & = (x^2-4)(x^2-9) \\ & = (x+2)(x-2)(x+3)(x-3) \end{aligned}$$

守心は禁物。
お観察してね。

$$8x^4+10x^2-3$$

$$\begin{aligned} & = 8X^2+10X-3 \\ & = (4X-1)(2X+3) \\ & = (4x^2-1)(2x^2+3) \rightarrow 4x^2 = (2x)^2 \text{ 2つた。} \\ & = ((2x)^2-1^2)(2x^2+3) \\ & = (2x+1)(2x-1)(2x^2+3) \end{aligned}$$

問2 次の式を因数分解せよ。

(1) x^4+x^2+1

たれ+1 7172 +1 → 7!!
0172 +1

たれ.0172 方法② 2.1173 3つ。

まず x^4+1 だけ注目して。

$$\begin{aligned} x^4+1 & = (x^2)^2+1^2 \\ & = (x^2)^2+1^2+\frac{2x^2}{2x^2}-\frac{2x^2}{2x^2} \\ & = (x^2+1)^2-2x^2 \end{aligned}$$

これは $(x^2+1)^2-2x^2$ 3つた。
同じ x^2 2
たれ.0172.0172 2つた。

たれ.

$$\begin{aligned} x^4+x^2+1 & = x^4+1+x^2 \\ & = (x^2+1)^2-2x^2+x^2 \\ & = (x^2+1)^2-x^2 = (x^2+1+x)(x^2+1-x) \end{aligned}$$

$\circ^2-\Delta^2$ が2つた。

(2) $9x^4-7x^2+1$

$$\begin{aligned} & = (3x^2)^2+1^2-7x^2 \\ & = (3x^2)^2+1^2-2\cdot 3x^2\cdot 1+2\cdot 3x^2\cdot 1-7x^2 \\ & = (3x^2-1)^2+6x^2-7x^2 \\ & = (3x-1)^2-x^2 \\ & = (3x-1+x)(3x-1-x) \end{aligned}$$

7172 0172 3つた。

* ②の方法は①が $3x$ のときより難しい。
難しいのは「つけ加える」と3つた。
たれ.0172.0172 2つた。か x^2 のときは
問題に応じて変換してやる。
練習を繰り返してやる。

◇今日の課題 (LEGEND)

練習 11 ~ 16